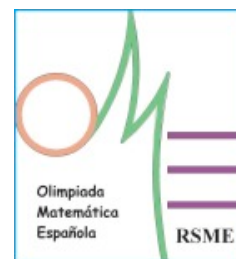




XLV Olimpiada Matemática Española

Primera Fase
Segunda sesión

Sábado tarde, 24 de enero de 2008



4. En el interior de un paralelogramo $ABCD$ se dibujan dos circunferencias. Una es tangente a los lados AB y AD , y la otra es tangente a los lados CD y CB . Probar que si estas circunferencias son tangentes entre sí, el punto de tangencia está en la diagonal AC .

5. Dado un número natural n mayor que 1, hallar todos los pares de números enteros a y b , tales que las dos ecuaciones $x^n + ax - 2008 = 0$ y $x^n + bx - 2009 = 0$ tengan, al menos, una raíz común real.

6. Sean C_1 y C_2 dos circunferencias exteriores tangentes en el punto P . Por un punto A de C_2 trazamos dos rectas tangentes a C_1 en los puntos M y M' . Sean N y N' los puntos respectivos de corte, distintos ambos de A , de estas rectas con C_2 .

Probar que $|PN'| \cdot |MN| = |PN| \cdot |M'N'|$.

**No está permitido el uso de calculadoras.
Cada problema se puntúa sobre 7 puntos.
El tiempo de cada sesión es de 3 horas y media.**