

Aproximación a una interpretación geométrica de las Taulas de Menorca

Vicente Ibañez Orts
Dr. Ing. Agrónomo

Primera parte: Capitel en forma de taula (P4) de Torre Llafuda

1.- Introducción

La taula de Torre Llafuda es sobradamente conocida y sus medidas, características y descripción se encuentra en los libros "Las Taulas" de J.Mascaró Pasarius (1), y "Les Taules de Menorca, un estudi arqueoastronòmic" de P.Hochsieder y D. Kn'sel (2). Ambos son trabajos muy completos y de amplia divulgación. Al leer al principio del segundo de ellos el apartado "Descripción genérica de una taula" me llamó la atención la siguiente frase a propósito del tamaño de las taulas: *"Les proporcions no segueixen cap esquema establert; el recinte no és simètric ni en ell mateix ni en relació al monument, ben al contrari, hom s'adona d'una deformació cap l'est o bé cap a l'oest"*. Y continúan de esta manera: *"De fet, cada taula és única i es deferencia d'alguna manera de totes les altres, tot i respondre fonamentalment a un mateix principi"*.

Al visitar detenidamente las taulas principales y mejor conservadas me ha llamado poderosamente la atención la enorme simetría del monumento central, así como la armonía de sus proporciones. Ello me llevo a dibujarlos a escala, basándome en las medidas que de estos singulares monumentos dan las publicaciones anteriores, con el objeto de encontrar el principio geométrico rector que se pudo seguir en su construcción.

Después de muchos ensayos infructuosos, y tras contactar con el arqueólogo Joan C. de Nicols, cuya colaboración fue valiosísima, pude acceder a las publicaciones de M. Murray (3) y de W.Fenn (4), en las que se dan las medidas, en metros, de la taula de Trepucó, que son las siguientes:

Piedra soporte taula Trepucó			
	J.Mascaró	W.Fenn	M.Murray
Altura	4.20	4.40	4.37 (14ft 4in)
Anchura	2.75	2.80	2.74 (9ft)
Grueso	0.40	0.43	0.30-0.46 (1ft-1ft6in)
Piedra capitel			
Longitud	3.65/3.45	3.80/?	3.76 (12 ft 4in)
Anchura	1.60/1.50	1.60/?	1.70 (5ft 7in)
Grueso	0.60	0.60	0.635 (2ft 1in)

Al repasar las medidas de estos investigadores destaca su falta de concordancia, por ejemplo los 3.65 de longitud de la piedra capitel que da Mascaró frente a los 3.80 de Fenn y 3.76 de Murray. Todo ello me llevó a la conclusión de que las taulas no estaban medidas con la debida precisión, y que, por tanto, si se quería buscar un posible principio constructivo de carácter geométrico en las mismas, habría que volverlas a medir. Dado el excelente estado de conservación de la segunda taula de Torre Llafuda (P-4 según la terminología de los autores alemanes) y la facilidad que ofrece para acceder a ella, así como lo acusado de los biseles de su piedra capitel, son factores que me han llevado a empezar el estudio por esta segunda taula.

2.- Segunda taula -(P4).

Este capitel en forma de taula o también conocida como segunda taula, se encuentra situada a la izquierda de la taula central, vista desde la entrada del recinto. Gran parte de la misma está cubierta de tierra, lo que permite tener una gran facilidad en el acceso a su piedra horizontal. Está bien conservada.

Seguidamente se exponen las medidas que para ella proporciona Mascaró con las que he obtenido personalmente. Hay que destacar la enorme dificultad que supone intentar medir correctamente una taula, incluso para una tan bien conservada como ésta. Al objeto de promediar sus irregularidades, las medidas las realicé provisto de dos grandes niveles de 1 metro de longitud que apoyaba sobre las superficies a medir. Debido a ello todas mis medidas son ligeramente mayores que las dadas por Mascaró y del que las tomaron los autores alemanes:

Segunda taula de Torre Llafuda (P-4)		
Piedra soporte		
	J.Mascaró	V. Ibañez (medidas en metros)
Altura	1.85	1.75: (hasta tierra)
Anchura	1.50/1.40	1.57
Grueso	0.30	0.33
Piedra capitel		
Longitud	2.50/2.10	2.60/2.18
Anchura	1.30/0.80	1.65/1.06
Grueso	0.55	0.66

Los biseles de la taula son iguales dos a dos. Para medirlos he utilizado un transportador de ángulos digital con una precisión de 0.1°. Vista de frente, la medida que he obtenido del ángulo del bisel está entre 69° y 71°. Para mayor seguridad calculé la distancia a la que la proyección de este bisel corta la piedra soporte, contando a partir de la parte inferior de la piedra capitel, que resultó ser de 0.80 cm. El ángulo del bisel vista la taula de perfil está comprendido entre

61° y 63°. En este segundo caso se puede medir la distancia entre el punto de coincidencia de la prolongación de los dos biseles y la parte inferior de la piedra capitel, que dio 97 cm.

La piedra capitel presenta un rebaje en su parte inferior donde se inserta la piedra soporte. Las medidas que he obtenido para dicha incisión, que se conserva en buen estado, han sido las siguientes:

Longitud: 1.57 , Anchura: 0.30 , Profundidad: 0.09-0.10

No es sencillo tomar estas medidas. Baste con citar que para la longitud de la piedra capitel al cambiar ligeramente las posición de los niveles, obtuve como distancia entre los mismos las siguientes: 2.55, 2.58 y 2.60 metros. He tomado como válida la mayor. Para conocer con exactitud las medidas que en origen tuvieron las taulas habría que dibujarlas exactamente tal como se encuentran en la actualidad, y a partir de estos dibujos, intentar averiguar las proporciones que tuvo al ser construida. Además, el hecho de que la parte posterior de la piedra soporte esté sin pulir, dificulta la medida de su espesor.

En este momento es interesante recordar las unidades que para medir longitudes empleaban los griegos y romanos, y que ya se utilizaban con ligeras variaciones en la civilización egipcia. La unidad básica de longitud era el palmo, que se entendía como la amplitud de los cuatro dedos de la mano unidos, y su medida era de 7.4 cm. Cuatro palmos componían un pie, que medía por tanto 29.6 cm (4x7.4), y pie y medio daba lugar a un codo, que tenía por tanto una longitud de 44.4 cm (6x7.4). (Datos tomados del libro "Vocabulario básico de arquitectura", cuyo autor es J.Ramón Paniagua (5)

Parece ser que este esquema en el que un unidad básica, el palmo, da lugar al pie o al codo según se multiplique por 4 o 6, tiene un origen muy remoto.

El problema que se me presentaba era el siguiente: Conocidas las medidas de la taula P-4, ¿cuál de ellas debía de ser la unidad que se utilizó en su diseño, o una fracción entera de ella?. A mi modo de ver, la unidad de medida debía de ser la menor de todas ellas, es decir, el espesor de la piedra soporte, que para esta taula es de 33.0 cm. Si ahora dividimos todas sus dimensiones por esta posible unidad, el resultado que obtenemos es el siguiente:

Piedra soporte:

altura: $1.75/0.33= 5.30$ (hasta la tierra), anchura: $1.57/0.33=4.75$, grueso=1

Piedra capitel:

Longitud: $2.60/0.33=7.87$, anchura: $1.65/0.33 = 5.00$, grueso: $0.66/0.33=2.00$

La longitud de la piedra capitel es de 8 "pies" (164 cm), por 5 de ancho y 2 de grueso. La anchura se obtiene como la media aritmética del grueso y la longitud. En consecuencia se cumple que $2+3=5$ y $5+3=8$. Elegidas estas medidas, el resto del diseño puede explicarse en base a una trama de 16x20 casillas de un pie cada una, es decir de (8x2) y de (5x4) en la que las diagonales de un rectángulo nos dan los puntos principales de esta segunda taula, a saber: su centro, la anchura y altura de la piedra soporte, así como los puntos a los que se dirigen los biseles de la taula.

La proyección de los biseles de la piedra capitel vista la taula frontalmente puede ser tanto un punto situado a 1/4 de la altura total de la taula, y el ángulo teórico del bisel es en este caso 68,20°. También podrían fugar a un punto

obtenido como la intersección del eje central con el círculo con radio la distancia al vértice de la parte superior de la piedra capitel, en cuyo caso el ángulo teórico del bisel de acuerdo con esta construcción es de 70,67°. Para el bisel lateral, el ángulo teórico que se obtiene es de 63,43°.

Hay que destacar como en la vista de planta destaca que son las diagonales de la mitad de ella las que marcan su trazado. El diseño de esta taula se debió de hacer directamente en el suelo, a tamaño real, superponiendo la vista de perfil con la frontal. Cabría la posibilidad de que la profundidad de la hendidura practicada en la piedra capitel, 9 cm, sea una fracción de la posible unidad utilizada en la construcción. En este caso, el resto de medidas empleadas, de seguir un esquema similar al de egipcios, griegos y romanos, sería el siguiente: palmo = 9 cm, pie = 4x9 = 36 cm, codo = 6x9 = 54 cm.

Dado el enorme interés con el que me he dedicado a esta tarea, y los numerosos e infructuosos intentos de encontrar un principio geométrico en las taulas, también cabe la posibilidad de que mis propias ideas preconcebidas me hayan influido al medirlas, y tomar por tanto como válidas aquellas longitudes que mas se aproximan a mis criterios.

3.- Conclusiones

Esta segunda taula o capitel en forma de taula, conocida como P4, y situada a la izquierda de la principal vista desde la entrada del recinto, tiene un riguroso y estricto diseño geométrico. Las medidas de su piedra capitel tomando como unidad el grueso de la piedra soporte (33 cm) son 2; 5 y 8. La anchura es la media aritmética de las otras dos. La taula se ha diseñado en base a una trama de 16x20 casillas de 33 cm de lado cada una. Las diagonales de dicho rectángulo marcan tanto el centro de la taula, como la anchura y altura de la piedra soporte y los puntos a los que se dirigen las prolongaciones de los biseles de la piedra capitel.

Segunda parte: Taula de Torre Llafuda

1.- Introducción

La taula está caída. La piedra soporte yace en tierra rota en dos trozos. El capitel se encuentra en el suelo, recostado sobre su cara frontal, junto a la entrada del recinto de taula. En parte está cubierto de tierra, lo que dificulta medirlo con exactitud. Las medidas de esta taula, en metros, según J.Mascaró, P.Hochsieder y D.Kn'sel (PH&DK), y las obtenidas por mí, son las siguientes:

Piedra soporte			
	J.Mascaró	PH&DK	V. Ibañez
Altura	3.10	3.86	-
Anchura	2.05	2.10/2.00	2.00/2.10/2.12
Grueso	0.35	0.35	036-0.45
Piedra capitel			
Longitud	2.80/2.60	2.76/2.68	2.82/2.68
Anchura	2.05/1.95	1.46/1.36	-/1.38
Grueso	0.40	0.62	0.72
Pilastra adicional de apoyo posterior, situada perpendicularmente a la piedra soporte			
Longitud	3.10	-	3.15

Anchura	0.70	-	0.72
Grueso	0.35	-	0.36-0.45

La piedra capitel muestra en su parte inferior un rebaje de 1 a 2 cm, donde se insertaba la piedra soporte y la pilastra posterior de apoyo. Esta incisión no esta centrada. Se encuentra a 33 cm de la parte frontal y a 67 cm de la posterior. Estas son sus medidas:

Ranura inferior de encajamiento de la piedra capitel sobre la piedra soporte: Longitud 2.12, Anchura 0.36, Espesor 0.001

Ranura inferior de encajamiento de la piedra capitel sobre la columna posterior de apoyo: Anchura 0.68, Espesor 0.39.

En la Planta se aprecia como se ha dividido la anchura inferior de la piedra capitel en cuatro partes. Una primera de vuelo, otra corresponde al espesor de la piedra soporte, y dos mas para la columna posterior de apoyo. Esta distribución muestra una concepción geométrica muy precisa.

Hay que hacer notar, que en las Taulas de So Na Casana Oest y en Torre Trencada, la columna posterior de apoyo esta situada paralelamente a la piedra soporte. El diseño empleado en Torre Llafuda, es por tanto diferente y diríamos que mas sofisticado. Si en estas últimas medidas, dividimos la longitud de la ranura inferior de encajamiento por 0.36 obtenemos 5.89, es decir 6.00. Esta medida, 0.36, es también la anchura de esta ranura, el grueso de la pilastra adicional de apoyo posterior y $2 \times 0.36 = 0.72$ es tanto el grueso de la piedra capitel como la anchura de la pilastra adicional. Todo ello nos ha llevado a tomar esta longitud como unidad. De este modo, al dividir todas las medidas de la Taula por esta unidad, (0.36), se obtienen los siguientes resultados:

Piedra soporte: Longitud $3.86/0.36=10.72$, Anchura $2.00/0.36=5.56$, Grueso $0.36/0.36=1$. *Piedra capitel:* Longitud $2.82-2.68/0.36 = 7.83-7.44$, Anchura: $1.37/0.36 = 3.80$, Grueso: $0.72/0.36 = 2$.

La parte inferior de la piedra capitel tiene como hemos dicho una clara división en cuatro partes. Por tanto su anchura debía de ser $4 \times 0.36 = 1.44$. Frente a este valor en la medida de campo hemos obtenido 1.37, lo que nos da una idea de la erosión que ha sufrido esta parte del monumento, que estimamos en 7 cm. Si se observa con detenimiento la ranura de encaje de la pilastra posterior de apoyo, se constata que esta debía de continuar. Falta, pues, por determinar únicamente la anchura superior de la piedra capitel. Ante la disparidad de medidas que para este valor dan los investigadores anteriores, 2.05 de Mascaró frente a 1.46 de PH&DK, y ante la falta de medios para poderla tomar por mi mismo, ya que está semi enterrada, supongo que la taula marcaba el diseño geométrico de la pilastra P4, y que, por tanto, este diseño ha debido de ser 2; 5 y 8. De este modo resulta la anchura media aritmética entre la longitud y el espesor. De ser cierto esta construcción, su anchura mediría $5 \times 0.36 = 1.80$ cm. Este valor es concordante con la medida que hemos supuesto para su parte inferior que es de $4 \times 0.36 = 1.44$.

Redondeando, las medidas de la piedra capitel serían las siguientes: en su parte superior (5x8), 2 unidades de espesor, y en su parte inferior (4x7.5). No me ha sido posible medir el ángulo del bisel frontal. Para el lateral, la medida que he obtenido oscila entre 75 y 76 grados. Este valor parece confirmar la hipótesis de que la anchura está en torno a 180 cm. Hay que tener presente que en una taula son los biseles la parte mas castigada por la erosión.

A partir de estas medidas se puede dibujar la taula de acuerdo con una trama de 16x20 casillas de 35,3 cm cada una. Estas 16x20 casillas, de acuerdo con la longitud y anchura de la piedra capitel, corresponden a (8x2) y (5x4). Dada la imprecisión general de todas las medidas de la taula, no quedan claramente definidos los puntos a los que tienden las proyecciones de los biseles. Parece que el bisel lateral tiende a un punto, mientras que el bisel central parece dirigirse a otro. La línea bisectriz de la mitad del rectángulo director, parece marcar la anchura de la piedra soporte. Este tipo de diseño ha sido ampliamente utilizado en arquitectura (véase "De arquitectura y perspectiva" de S.Serlio, (6)).

De acuerdo con estos datos, la altura total de la taula sería de $5 \times 3 \times 0.36 = 5.40$ metros. Como para la pilastra P4 hemos obtenido una altura teórica de $5 \times 3 \times 0.33 = 4.95$ metros, y suponiendo que ambas se encontraran a un mismo nivel sobre el piso del recinto, la taula central se elevaría 45 cm sobre la segunda taula. Si comparamos la altura teórica de la piedra soporte ($13 \times 0.36 = 4.68$ m) con la altura que para esta parte del monumento dan PH&DK (3.86 m), se obtiene una diferencia de 0.82m. Este hecho puede tener sentido, ya que la piedra hay que medirla en toda su longitud, posiblemente incluyendo la porción incrustada en la roca del suelo.

2.- Conclusiones

La taula de Torre Llafuda parece seguir el mismo esquema geométrico general que la pilastra en forma de taula P4. Se basa en una trama rectangular de 16x20 casillas, basada en la longitud y amplitud de la piedra capitel: (8x2) y (5x4). Como unidad se ha tomado la anchura de la ranura inferior de encajamiento de la piedra capitel. Dicha trama determina a su vez, la altura y amplitud de la piedra soporte. En la piedra capitel, la anchura es media aritmética entre la longitud y el espesor.

3.- Hipótesis sobre el resto de taulas

Hasta aquí la Taula de Torre Llafuda. Ahora vamos a mostrar las diversas hipótesis que he ido probando con el objeto de encontrar el posible diseño geométrico común a todas las taulas. La primera hipótesis que utilicé se basaba en el número ϕ . Este número (1.618...), conocido también como número áureo, da origen a una sucesión de notabilísimas propiedades matemáticas y geométricas. Por ello ha sido ampliamente utilizado en arquitectura, especialmente de carácter religiosa, tanto por egipcios, griegos y romanos, como por los constructores de las catedrales góticas y por los arquitectos del renacimiento. Siempre se ha considerado que el templo debe representar en la tierra la armonía de los cielos, y por ello, ha sido frecuente incluir en su diseño un número tan notable. El padre franciscano Fray Luca Pacioli, conocido como "el monje ebrio de belleza", publicó en Venecia, en el año 1509 el libro titulado "La divina proporción" (7), analizando pormenorizadamente sus propiedades. La versión española está editada por AKAL. Entre los arquitectos de este siglo, destaca Le Corbusier, por emplear ampliamente en sus diseños la sucesión ϕ . Pese al interés puesto, y a los numerosos intentos de todo tipo que he realizado, no he encontrado ninguna relación entre este número y el diseño de las taulas.

Un nuevo intento me llevó a probar fortuna con el conjunto de números irracionales que aparecen como raíces de números primos, a saber, raíz cuadrada de 2, 3, 5, 7, 11, etc. Todos ellos dan lugar a sucesiones geométricas dotadas también de importantes propiedades desde un punto de vista matemático, y muy empleadas por tanto en la arquitectura clásica. Sin embargo, tampoco tienen que ver con las taulas de Menorca.

Otra vía de trabajo ha consistido en considerar que los biseles de la piedra capitel, el eje central del diseño de la taula, y el punto al que van a fugar dichos biseles, conforman un triángulo de propiedades características, que bien pudiera ser un triángulo pitagórico. Por triángulo pitagórico se entiende un triángulo rectángulo en el que la longitud de sus lados son números enteros que cumplen con el teorema de Pitágoras. Tal sería el triángulo de lados 3, 4, y 5, conocido como triángulo egipcio, ya que los agrimensores de ese país utilizaban una cuerda de 12 nudos, para trazar, basándose en las longitudes anteriores, un ángulo recto. La siguiente terna pitagórica es la 5, 12 y 13, también conocida como triángulo indio, y cuya finalidad es la misma. Hay muchísimas ternas de este tipo, como por ejemplo 7, 24 y 25, o 8, 15 y 17, y un geómetra hábil bien pudiera haber introducido alguna de ellas en un esquema como el que hemos propuesto tanto para Torre Llafuda, como para la pilastra en forma de taula P4. Pero tampoco ha sido así.

Vamos, finalmente, a proponer la hipótesis que creemos que da una explicación geométrica general al diseño de las taulas de Menorca. Nos basamos en las medidas que personalmente hemos tomado de todas las taulas que se citan. Pero antes que nada hay que empezar por repasar algunos conceptos de aritmética.

En el mundo helénico, pero muy posiblemente con anterioridad, se conocían numerosas relaciones entre dos longitudes. De todas ellas, tres destacan por su importancia: la media aritmética, la media geométrica y la media armónica. Si como ejemplo tomamos dos valores A y B con carácter genérico, y 8 y 2 como ejercicio práctico concreto, que podrían ser la longitud y el grueso de la piedra capitel de una taula, los valores que se obtienen para cada una de las medias anteriores son los siguientes: *media aritmética* = $X = (A+B)/2 = (8+2)/2 = 5$; *media geométrica* = $G = (A \times B)^{1/2} = (8 \times 2)^{1/2} = (16)^{1/2} = 4$; *media armónica* = $H = (2 \times A \times B)/(A+B) = 2 \times (8 \times 2)/(8+2) = 3.2$

Siempre se cumple que la media aritmética (X), 5 en este ejemplo, es superior o igual a la media geométrica (G), 4 en este caso, y esta a su vez es siempre mayor o igual a la media armónica (H), cuyo valor ha sido 3.2.

Todo lo anterior nos lleva a plantear la siguiente hipótesis relativa al diseño de la piedra capitel de cualquier taula: todas siguen en sus medidas alguna de las relaciones citadas, y a partir de estas longitudes, se crea una trama rectangular cuyas diagonales definen el diseño completo de la misma. La anchura de la piedra soporte queda definida por la bisectriz de la mitad del rectángulo director, y la altura por la propia trama del diseño. De este modo, las taulas con pilastra de apoyo posterior, como Torre Llafuda, Torre Trencada y So na Cacana Oest, seguirían la media aritmética, lo que obligaría a sus constructores, dado el tamaño de su anchura en relación a su longitud y espesor, a emplear dicha pilastra

posterior de apoyo. Da la sensación que Torre Llafuda por tener la columna posterior de apoyo colocada perpendicularmente a la piedra soporte, presenta un diseño mas evolucionado que las otras dos. En el caso de la pilastra en forma de taula P4 de Torre Llafuda, para mantener correctamente situada la piedra capitel, tuvieron que realizar una profunda incisión de encaje en la misma.

Un segundo tipo de taulas, donde se podrían incluir Trepucó, Torre d'en Gaum,s, Na Comerma de sa Garita, Torre Trencada, Binisafullet, y Talatí de Dalt, seguirían en las relaciones entre la longitud, anchura y grosor de su piedra capitel, la media geométrica.

Finalmente, un tercer tipo de taula mas evolucionado, seguirían la media armónica. Tales serían las taulas de Torralba y Torreta de Tramuntana. En este caso, el esquema geométrico en el que se diseñó la taula, ya no sería dos veces la longitud por cuatro la anchura, sino de $(2xL)x(5xA)$, dada la cortedad de esta última medida en relación a las demás dimensiones. Ambas presentan la novedad de presentar en la piedra soporte un nervio central posterior, y ambas presentan también la particularidad de que dicha piedra presenta bisel, que se dirige hacia la parte posterior de la taula.

Dada la dificultad que he tenido para tomar correctamente todo el amplio abanico de medidas necesarias para definir las taulas citadas, es posible que puedan darse algunas desviaciones respecto a este modelo tan general. Aunque la hipótesis es arriesgada, creemos que se trata del primer intento global de encontrar la estructura geométrica que subyace en el diseño de las taulas, y que abre un nuevo enfoque para el estudio de estos singulares monumentos, que para nosotros son "la imagen pura de Dios plasmada por un arquitecto geómetra", sin descartar una posible orientación astronómica.

4.- Bibliografía

- (1) Las Taulas. Mascaró Pasarius, J. Ateneo de Mahón. 330 pp. (1983)
- (2) Les Taules de Menorca, un estudi arqueoastronòmic. Hochsieder,P y Knösel, D. Institut Menorquí d'Estudis. 325 pp (1995)
- (3)Trepucó. Murray, M. Part I y II. London. (1932) y (1938)
- (4) Gráfica Prehistórica de España y el origen de la cultura europea. Fenn, Waldemar. Mahón. (1949)
- (5) Vocabulario básico de arquitectura. Paniagua,J.R. Cátedra, Cuadernos de arte. (1993)
- (6) De Arquitectura y Perspectiva. Serlio, Sebastián. 1986. Edición facsimilar. Colegio aparejadores Oviedo. 243 páginas.
- (7) La Divina Proporción. Pacioli, Luca. 1991. Akal, Fuentes del Arte. 204 páginas.